

Una nueva Metodología para la Solución de la Cinemática del Robot Paralelo Delta

Manuel Cardona. *Member IEEE*

Facultad de Ingeniería y CCNN, Universidad de Sonsonate, El Salvador, C.A

manuel.cardona@ieee.org

Resumen—En el presente artículo se realiza un análisis completo de la cinemática del robot paralelo Delta. Se presenta una nueva metodología para abordar el problema de la cinemática directa basado en una formulación multicuerpo. Se plantea un algoritmo iterativo y se encuentra la solución a la cinemática directa utilizando un método numérico. Además, se determina el espacio de trabajo. Finalmente se presenta el diseño de un simulador y la construcción de un prototipo, se utiliza MATLAB como herramienta de simulación y programación.

Términos Índice—Cinemática Directa, Cinemática Inversa, Cuaternios, Jacobiano, Formulación Multicuerpo, Simulador, MATLAB

I. INTRODUCCIÓN

UN robot paralelo es un mecanismo compuesto por eslabones que forman cadenas cinemáticas cerradas, debido a esto, los mecanismos paralelos presentan muchas ventajas respecto a los mecanismos seriales, tales como la velocidad y precisión de posicionamiento. Generalmente, un mecanismo paralelo posee una plataforma fija y una móvil, las cuales son conectadas por al menos dos cadenas cinemáticas independientes, normalmente, cada cadena cinemática está formada por una serie de eslabones unidos por articulaciones.

Las articulaciones pueden ser de 1, 2 o 3 grados de libertad para permitir movimientos de rotación o traslación entre los cuerpos conectados. El número de eslabones y tipo de articulaciones, permitirá definir el número de grados de libertad que podrá tener la plataforma móvil.

La cinemática estudia la relación entre la posición de los actuadores y la posición de la plataforma móvil, como se puede tener como incógnita la posición de los actuadores conocida la posición de la plataforma móvil o viceversa, la cinemática se puede clasificar en cinemática directa o inversa.

El objetivo de la cinemática directa consiste en encontrar la posición de la plataforma móvil, conocidas las posiciones de los actuadores; mientras que para la cinemática inversa sucede lo contrario, conocida la posición de la plataforma móvil se debe encontrar la posición de los actuadores.

Para un mecanismo paralelo, la solución de la cinemática inversa se puede realizar con planteamientos geométricos sencillos, mientras que la cinemática directa resulta complicada ya que debido a la estructura del mecanismo, se pueden tener múltiples soluciones [1].

Algunos autores [2], [3], [4], [5] han dado soluciones de tipo analítico al problema de la cinemática directa, haciendo uso de la formulación de Denavit-Hartenberg o consideraciones

de tipo geométrico, pero solo para algunas configuraciones estructurales sencillas.

Otra metodología para la resolución del problema de la cinemática directa consiste en análisis puramente geométricos [6], los cuales resultan en polinomios de elevado grado con múltiples soluciones, esto hace que la obtención de una única solución sea difícil debido a la compleja manipulación de ecuaciones matemáticas que hay que realizar.

Una metodología más adecuada para resolver la cinemática directa y la multiplicidad de soluciones, consiste en modelar las restricciones de movimiento para todas las partes móviles, especialmente las articulaciones, llevando a cabo lo que se denomina una formulación multicuerpo [7].

La idea de la formulación multicuerpo es básicamente construir para cada articulación que vincula los cuerpos del robot, una serie de ecuaciones que definan las restricciones que tienen en su movimiento de forma que las variables articulares estén incluidas en estas ecuaciones [8]. Una vez definida la función de restricción, es posible utilizar algún método numérico para encontrar la solución a la cinemática directa.

En este trabajo se utiliza una formulación multicuerpo y se utiliza un método iterativo para encontrar una solución única y rápida, a partir de la definición de una función de restricción de distancia.

Este artículo está organizado de la siguiente manera: primero se estudia la geometría del mecanismo y con ella la cinemática inversa y directa, se detalla el método numérico utilizado para obtener la solución de la cinemática directa, basado en una función de restricción y el uso del método de aproximaciones sucesivas de Newton-Raphson; luego se determina el espacio de trabajo del robot. Finalmente, se presenta un simulador para comprobar los resultados obtenidos y la construcción de un prototipo, se utiliza MATLAB como lenguaje de programación y plataforma de pruebas.

II. EL ROBOT PARALELO DELTA

El robot Delta (Fig. 1) es uno de los robots industriales más utilizados hoy en día, es de los robots más exitosos que se han diseñado debido a su velocidad y precisión de posicionamiento, se utiliza en tareas de embalaje de productos en la industria alimenticia, médica y de cosméticos, así como también en procesos de ensamble de dispositivos electrónicos.

El robot Delta esta compuesto por una plataforma fija y una móvil las cuales están unidas por tres cadenas cinemáticas



Fig. 1. Robot Paralelo Delta FlexPicker de ABB.

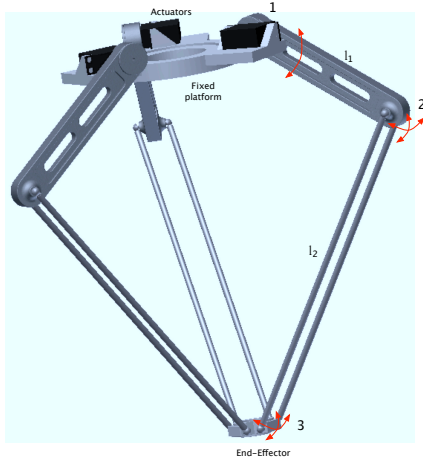


Fig. 2. Partes del Robot Paralelo Delta.

independientes. En la plataforma fija se sitúan los actuadores para cada cadena cinemática tal como muestra la Fig. 2.

Cada cadena cinemática posee básicamente dos eslabones (l_1 y l_2), el primero, l_1 , está unido al actuador permitiendo un movimiento de rotación (Punto 1, en Fig. 2). El eslabón l_1 , está unido un paralelogramo, l_2 , a través de articulaciones esféricas (Punto 2, en Fig 2), finalmente la plataforma móvil también está unida al paralelogramo através de articulaciones esféricas (Punto 3, en Fig. 2).

Como se puede observar en la figura 2, el eslabón l_2 , está formado por un paralelogramo. La idea de utilizar un paralelogramo es restringir completamente el movimiento de rotación de la plataforma móvil, con lo cual la plataforma móvil tendrá únicamente 3 grados de libertad de tipo traslacional.

Aunque el espacio de trabajo de un robot Delta no es tan grande, el hecho de que los actuadores están fijos en la base del robot y los eslabones utilizados son livianos, con el robot delta se puede obtener hasta una aceleración de 50G en ambientes experimentales y de hasta 12 G en aplicaciones industriales [9], es por eso su principal uso se encuentra en tareas de

embalaje. Tal como comenta Bonev [9], su espacio de trabajo ideal es la intersección de tres toros circulares rectos. Los robots Delta disponibles en el mercado operan normalmente en un espacio de trabajo cilíndrico de 1 m de diámetro y 0,2 m de altura.

III. CINEMÁTICA INVERSA

La solución de la cinemática inversa consiste en encontrar el estado de los actuadores ($\theta_1, \theta_2, \theta_3$) (Fig. 3), conocida la posición de la plataforma móvil (x_0, y_0, z_0). Para poder encontrar la solución a la cinemática inversa refirámonos a la Fig. 3. Además, consideremos el origen del sistema de referencia en la plataforma fija y los ejes tal como se muestra en la Fig. 3.

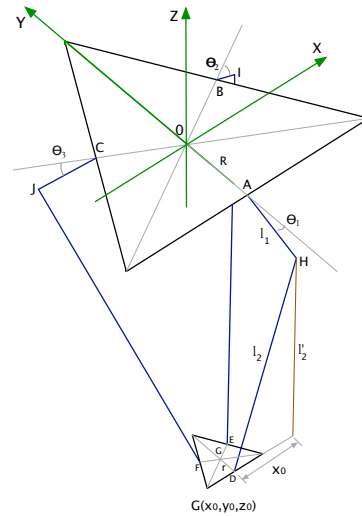


Fig. 3. Configuración elegida para el Cálculo de la Cinemática Inversa

Para facilitar la solución se analiza cada cadena cinemática por separado, en el caso de la primera cadena realizamos una proyección al plano YZ, con lo cual se obtiene un lazo vectorial tal como se muestra en la Fig 4.

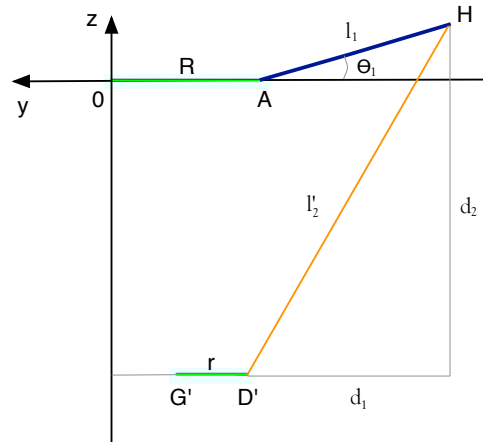


Fig. 4. Proyección en el plano YZ de la primera cadena cinemática.

A partir de la Fig. 4, tenemos que:

$$(d_1)^2 + (d_2)^2 = (l'_2)^2 \quad (1)$$

Donde:

$$(l'_2)^2 = (l_2)^2 - (x_0)^2 \quad (2)$$

Además se debe cumplir que:

$$OA + l_1 \cos(\theta_1) = -y_0 + G'D' + d_1$$

Resolviendo para d_1 , tenemos que:

$$d_1 = T + l_1 \cos(\theta_1) \quad (3)$$

Donde se ha considerado que:

$$T = OA + y_0 - G'D'$$

También se puede establecer que,

$$d_2 = z_0 + l_1 \sin(\theta_1) \quad (4)$$

Sustituyendo (2), (3) y (4) en (1) y simplificando, obtenemos que:

$$2Tl_1 \cos(\theta_1) + 2z_0 l_1 \sin(\theta_1) = K \quad (5)$$

Siendo,

$$K = l_2^2 - x_0^2 - T^2 - l_1^2 - z_0^2$$

Sustituyendo en (5) las identidades trigonométricas,

$$\cos(\theta_1) = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad \sin(\theta_1) = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \text{donde : } t = \tan\left(\frac{\theta_1}{2}\right)$$

Obtenemos:

$$e_1 t^2 + e_2 t + e - 3 = 0 \quad (6)$$

Donde:

$$\begin{aligned} e_1 &= 2Tl_1 + K \\ e_2 &= -4z_0 l_1 \\ e_3 &= -2Tl_1 + K \end{aligned}$$

Resolviendo (6) para t , obtendremos dos valores para θ_1 los cuales son correspondientes a los dos posibles posiciones del eslabón l_1 , pero, según las pruebas realizadas solo la raíz negativa proporciona el valor correcto, por lo tanto tenemos que:

$$\theta_1 = 2 \tan^{-1} \frac{-e_2 - \sqrt{e_2^2 - 4e_1 e_3}}{2e_1} \quad (7)$$

Para las otras dos cadenas cinemáticas se puede utilizar el mismo proceso, para facilitar el análisis se considera el hecho de que la posición de los actuadores es simétrica y solo están dispuestos 120° uno respecto a otro, considerando ese hecho para las otras dos cadenas y tomando de base la posición del primer actuador, bastará multiplicar la matriz de rotación (120° para θ_2 y 240° para θ_3) por la posición del primer actuador y luego aplicar el proceso que utilizamos para θ_1 , con lo cual obtendríamos los valores de θ_2 y θ_3 .

IV. CINEMÁTICA DIRECTA

En el caso de la cinemática directa la solución consiste en encontrar la posición de la plataforma móvil (x_0, y_0, z_0) , conocido el estado de los actuadores $\theta_1, \theta_2, \theta_3$.

El método propuesto en este artículo consiste en la formulación de un modelo multicuerpo de restricciones y en aplicar el método de Newton-Raphson para aproximar la respuesta, se trata de un método numérico iterativo el cual parte de la estimación inicial del estado de los actuadores.

Para aplicar el método refirámonos a la Fig. 5, donde se han considerado dos instantes, primero en la posición de "Home" y luego en una posición cualquiera.

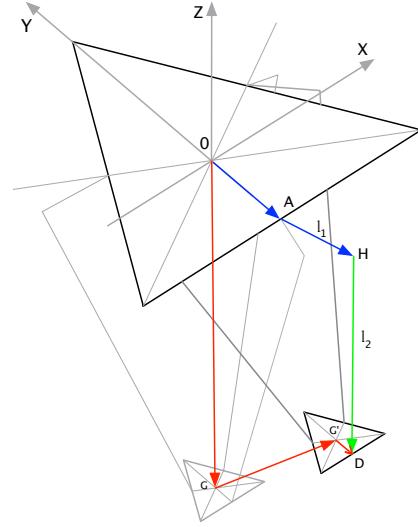


Fig. 5. Configuración para el Cálculo de la Cinemática Directa.

Comenzamos estimando la posición de la plataforma móvil y escribiendo la estimación como un vector de coordenadas generalizadas, es decir:

$$q = [r \quad t]^t \quad (8)$$

Donde r es la estimación de la posición de la plataforma móvil (x_0, y_0, z_0) , y p es un cuaternio (e_0, e_1, e_2, e_3) que describe la rotación estimada de la plataforma móvil, en este caso como la plataforma móvil solo posee movimientos de traslación, el cuaternio será de la forma $p = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$. Luego, considerando la primera cadena cinemática podemos escribir una ecuación de lazo vectorial, de tal forma que:

$$\vec{OA} + \vec{AH} + \vec{HD} - \vec{OG} - \vec{GG'} - \vec{G'D} = 0 \quad (9)$$

A partir de (9) podemos escribir la función objetivo para la primera cadena cinemática como:

$$\phi(r, p, t) = l(r, p, t) - l_0 \quad (10)$$

Donde:

$$\begin{aligned} l(r, p, t) &= |\vec{OG}| + |\vec{GG'}| + |\vec{G'D}| - |\vec{OA}| - |\vec{AH}| \\ l_0 &= |\vec{HD}| \end{aligned}$$

El vector \vec{OG} , representa la posición de la plataforma móvil en la posición de home ($\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$), \vec{GG}' es el vector de desplazamiento del centro de la plataforma móvil, $\vec{G'D}$ representa la posición de la articulación unida a la plataforma móvil respecto al centro de la plataforma, \vec{OA} es el vector de posición del actuador medida desde el origen (radio de la plataforma), \vec{AH} es la longitud de eslabón unido a la plataforma fija y l_0 la longitud del paralelogramo.

El análisis anterior se puede generalizar para las otras dos cadenas, por lo que la función de restricciones para el sistema completo es:

$$F(r, p, t) = \begin{bmatrix} \phi_1(r, p, t) \\ \phi_2(r, p, t) \\ \phi_3(r, p, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1(r, p, t) - l_{0,1} \\ l_2(r, p, t) - l_{0,2} \\ l_3(r, p, t) - l_{0,3} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Para encontrar la posición real de la plataforma móvil podemos comenzar realizando una expansión en series de Taylor de la función de restricciones, si tomamos los dos primeros términos de la serie y despreciamos los superiores tenemos que:

$$F(r, p, t) = F_q(r, p, t)\Delta q = 0 \quad (12)$$

En (12), $F_q(r, p, t)$, representa la derivada de la función de restricciones con respecto a las coordenadas generalizadas y se denomina Jacobiano de la función de restricciones, el Jacobiano vendrá dado por[10]:

$$F_q = \begin{bmatrix} U_1^T & -2U_1^T R\tilde{a}'_1 G \\ U_2^T & -2U_2^T R\tilde{a}'_2 G \\ U_3^T & -2U_3^T R\tilde{a}'_3 G \end{bmatrix} \quad (13)$$

Donde:

U_i : Vector unitario de la función de restricciones.

R : Matriz de rotación de la plataforma móvil (como no rota será una matriz identidad).

\tilde{a}_i : Matriz antisimétrica asociada a la posición de las articulaciones de la plataforma móvil en la posición de "Home".

G : Matriz que vincula la rotación de la plataforma móvil con la variación del cuaternio de rotación.

Según se define en [11], la matriz G en (13) se puede expresar a partir de los parámetros de Euler como:

$$G = \begin{bmatrix} -e_1 & e_0 & e_3 & -e_2 \\ -e_2 & -e_3 & e_0 & e_1 \\ -e_3 & e_2 & -e_1 & e_0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Una vez definida la derivada de la función de restricciones, podemos retomar (12) y escribirla como:

$$\Delta q = -F(r, p, t)F_q^\dagger(r, p, t) \quad (15)$$

La ecuación anterior se conoce como el método de Newton-Rhapon, en la cual F_q^\dagger es la matriz pseudoinversa. Luego se corrige iterativamente el valor estimado a partir de:

$$q_i = q_{i-1} + \Delta q \quad (16)$$

El algoritmo continua y se obtiene la solución a la cinemática directa hasta que la norma de la función de restricciones sea menor o igual a un valor de error establecido previamente, es decir, $\|F(r, p, t)\| \leq \varepsilon$. La Fig. 6 muestra un diagrama de flujo de la solución a la cinemática directa.

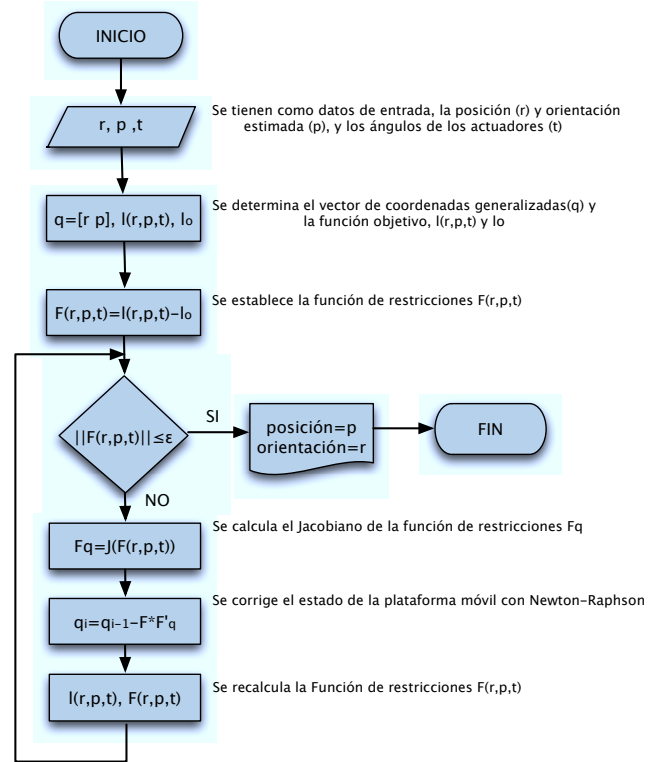


Fig. 6. Algoritmo para el Cálculo de la Cinemática Directa [8].

V. ESPACIO DE TRABAJO

El espacio de trabajo se puede definir como aquel conjunto de puntos en los cuales el robot se puede posicionar cuando las variables articulares evolucionan de tal manera que se alcanzan todos los puntos del dominio de configuraciones admisibles. En la determinación del espacio de trabajo de los robots paralelos influyen tres factores: los límites mecánicos de las articulaciones pasivas; la interferencia entre eslabones; y los valores límites de las variables articulares en los actuadores.

Para analizar el espacio de trabajo ideal en función de las dimensiones del robot, se realizó un programa en MATLAB, la dimensión de la plataforma fija se tomó de 7 cm, la plataforma móvil de 2.5 cm, el eslabón unido al actuador de 15.5 cm y la dimensión del paralelogramo de 30 cm. Se evaluaron 928,291 vóxeles a partir de (7). El resultado se muestra en la Fig. 7.

Según los resultados obtenidos y de acuerdo a la Fig.7, el espacio de trabajo ideal es la intersección de 3 toros rectos circulares. Además, se encontró que a medida que la

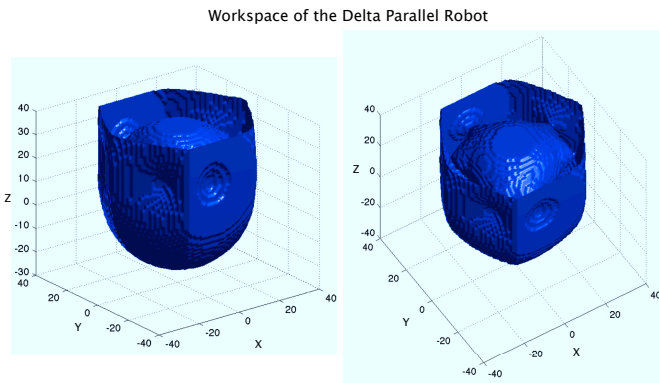


Fig. 7. Espacio de Trabajo Ideal del Robot Paralelo Delta.

coordenada en z se vuelve más negativa (descenso del robot), el espacio de trabajo se reduce. La figura 8 permite observar de manera clara como se reduce el espacio de trabajo cuando la coordenada en z tiende a valores más negativos.

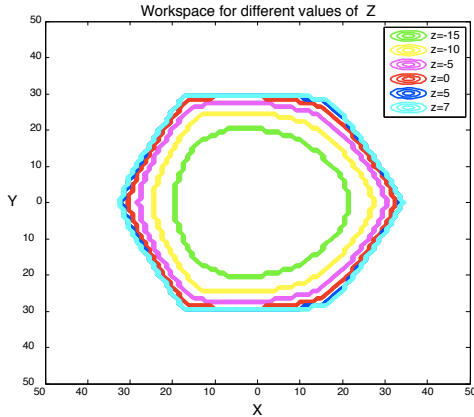


Fig. 8. Espacio de Trabajo Ideal Para Diferentes Valores de z .

VI. SIMULADOR

Para validar la solución propuesta para la cinemática del robot paralelo Delta, se desarrolló un simulador en MATLAB[®] 7.6.0. El simulador tiene como entrada la geometría del robot (Dimensiones de los eslabones, plataforma fija y móvil), posición inicial y final de la plataforma móvil y el número de pasos de la simulación. El programa muestra como resultado una ventana gráfica en la que se puede observar la evolución del movimiento del robot, si en un momento determinado se entra en un punto singular o la coordenada no es alcanzable, el programa muestra un mensaje de advertencia y la ejecución se detiene. El programa está compuesto de 5 funciones principales, la Fig. 9 muestra la estructura de las funciones del simulador, mientras que la Fig. 10 muestra una captura de pantalla del programa en ejecución.

VII. PROTOTIPO

Además del simulador se construyó un prototipo a escala para probar el funcionamiento de los algoritmos planteados en el presente artículo. El prototipo utiliza servomotores estándar

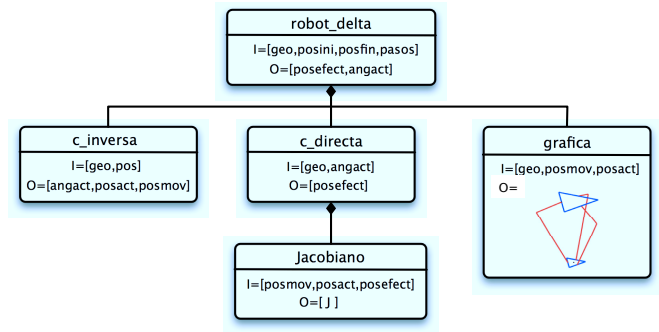


Fig. 9. Funciones del Simulador para el Robot Delta.

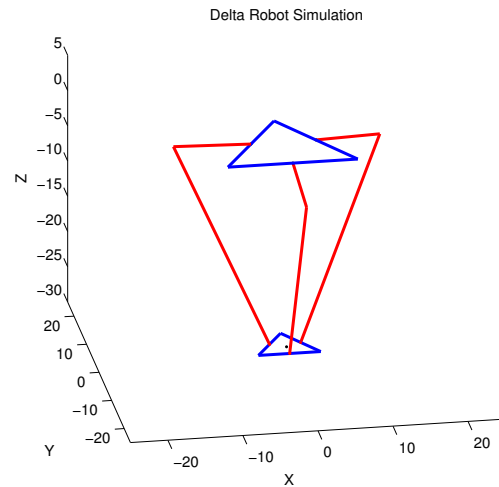


Fig. 10. Ventana del Simulador en Ejecución.

como actuadores, los datos son enviados vía RS232 desde el simulador a través de MATLAB y son recibidos y procesados por una tarjeta controladora de servos (Fig 11). La tarjeta controladora es una Lynxmotion SSC-32 con capacidad de manejar hasta 32 servomotores. La Fig. 12 muestra una imagen del prototipo construido.

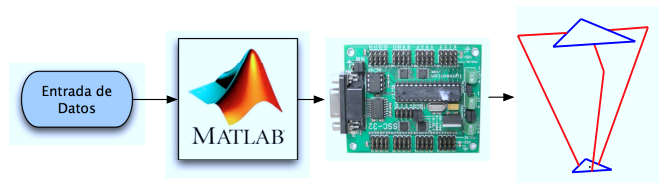


Fig. 11. Envío de datos al prototipo desde MATLAB.

VIII. CONCLUSIONES

En este artículo se ha analizado la solución a la cinemática inversa y directa del robot paralelo Delta. La solución de la Cinemática Inversa es más simple comparada con la solución de la Cinemática Directa y es fácilmente deducible con métodos geométricos, aunque algunos autores efectúan la solución de la Cinemática Inversa considerando la intersección



Fig. 12. Prototipo del Robot Paralelo Delta.

de 3 esferas, en el presente documento se presentó un método más fácil de abordarla.

En el caso de la Cinemática Directa la mayoría de los investigadores dan soluciones basadas en métodos geométricos obteniendo polinomios de grado elevado lo cual implica múltiples soluciones. El método utilizado en el presente documento consiste en una formulación multicuerpo y en el uso de una función de restricción, luego, partiendo de una posición estimada se corrige iterativamente con el método de Newton-Raphson obteniendo una solución única y rápida al problema de la Cinemática Directa.

También, se presentó el diseño de un simulador utilizando MATLAB 7.6.0., el cual permite validar las metodologías planteadas para la solución de la Cinemática del Robot Paralelo Delta. Finalmente, se construyó un prototipo a escala el cual funciona con 3 servomotores como actuadores, los ordenes a los servomotores se dan desde el simulador. Al mismo tiempo que se resuelve la cinemática con MATLAB se envían los datos vía RS232.

VIII. REFERENCIAS

- [1] Cardona, Manuel. N. (2010). Análisis Cinemático de Robots Paralelos Planares 3RRR. XXIX Convención de Electricidad y Electrónica del IEEE, CONCAPAN. San Pedro Sula, Honduras.
- [2] Merlet J.P. (1992). Direct kinematics and assembly modes of parallel manipulators. *Internacional Journal of Robotics Research* 11(2), 150-162.
- [3] Innocenti, C. and V. Parenti-Castelli (1993). Closed form direct position análisis of a 5-5 parallel mechanism. *ASME Transaction, Journal of mechanical design* 120, 73-99.
- [4] Angeles, J. and C.S. López-Cajún (1992). The design of isotropic manipulator architectures in the presence of redundancies. *Internacional Journal of Robotic Research* 11, 196 -201.
- [5] Ait-Ahmed, M. and M. Renaud (1993) . Polinomial representation of the forward kinematics of a 6 dof parallel manipulator. In: *Proc. of Int. Symp. On Intelligent robotics.* (Bangalore, Ed.). Vol. 1.
- [6] Lung-Wen Tsai (1999). *Robot Analysis, The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators.* John Wiley and Sons, Inc.
- [7] Merlet J.P. (1997). *Les robots parallles.* Hermes.
- [8] Cardona, Manuel. N. (2011). Algoritmo para la Solución de la Cinemática Directa de Robots Paralelos Planares 3RRR Destinados a Aplicaciones en Tiempo Real. XVIII International Congress of Electronic, Electrical and Systems Engineering, IEEE. Lima Perú.
- [9] Bonev, I.A. (2011). Delta Parallel Robot - The Story of Success. [En Línea]. Disponible en: www.parallemic.org/Reviews/Review002p.html [
- [10] Yime, E. Saltaren, R. (2007). Reporte interno. Universidad Politécnica de Madrid, ETSII, DISAM. Grupo de Robots y Máquinas Inteligentes.
- [11] Haugh, E. J. (1989). *Computer aided kinematics and dynamics of mechanical systems.* Allyn and Bacon.